



دانشگاه پیام نور  
دانشکده علوم پایه  
استان چهارمحال بختیاری  
مرکز شهرکرد

پایان نامه برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد  
رشته ریاضی محض (جبر)  
گروه ریاضی

تحت عنوان : گراف‌های کیلی یکانی

پژوهشگر: فاطمه جمالی

استاد راهنما: دکتر بیژن طائری

استاد مشاور: دکتر محمد جواد عطایی

آذر ۱۳۹۰

# فهرست مطالب

(i)	فهرست مطالب
۱	۱ مقدمه
۱	۱.۱ مفاهیم و تعاریف اولیه
۴	۲.۱ معرفی چند رده از گراف‌ها
۵	۳.۱ مفاهیم اولیه‌ی جبرخطی
۱۴	۴.۱ مقادیر ویژه و طیف گراف
۲۴	۵.۱ گراف‌های کیلی یکانی
۳۵	۲ انرژی گراف‌های کیلی یکانی
۳۵	۱.۲ مقدمه
۳۶	۲.۲ انرژی گراف‌های کیلی یکانی
۳۹	۳.۲ مکمل گراف‌های کیلی یکانی
۴۲	۴.۲ گراف‌های دایره‌ای صحیح
۴۷	۳ عدد رنگی گراف‌های دایره‌ای صحیح
۴۷	۱.۳ مقدمه
۵۰	۲.۳ گراف‌های دایره‌ای صحیح
۵۱	۳.۳ مثال‌های نقض
۵۴	۴.۳ عدد رنگی به ازای $t = 2$
۵۷	۵.۳ نتیجه
۵۹	منابع
۶۲	واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی

واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

۶۸

فهرست نمادها

۷۳

## چکیده:

فرض کنید  $S$  یک زیرمجموعه از گروه جمعی متناهی  $G$  باشد به طوری که  $0 \notin S$  و  $-S = S$ . در این صورت  $S$  را یک زیرمجموعه کیلی از  $G$  می‌نامیم. گراف کیلی  $\Gamma = \text{cay}(G, S)$  گرافی با مجموعه رئوس  $G$  است. در این گراف دو راس  $a$  و  $b$  مجاورند اگر و تنها اگر  $a - b \in S$ . اگر هر مقدار ویژه‌ی یک گراف عدد صحیح باشد، آن‌گاه گراف را صحیح می‌نامیم. هم‌چنین در صورتی که به ازای هر زیرمجموعه کیلی  $S$  از  $G$ ، گراف کیلی  $\Gamma = \text{Cay}(G, S)$  صحیح باشد، آن‌گاه گروه  $G$  را صحیح کیلی می‌نامیم.

در این پایان نامه ثابت می‌کنیم اگر  $S$  متعلق به جبر بولی  $B(G)$  باشد، آن‌گاه گراف کیلی  $\Gamma = \text{Cay}(G, S)$  صحیح است و اگر گروه  $G$  صحیح کیلی باشد، آن‌گاه برای هر  $a \in G$  و  $a \neq 0$  داریم،  $|a| \in \{2, 3, 4, 6\}$ . که  $|a|$  در آن مرتبه‌ی  $a$  را نشان می‌دهد.

هم‌چنین نشان می‌دهیم همه‌ی گروه‌های آبدلی (غیربدیهی) صحیح کیلی توسط یکی از حالات زیر بیان می‌شوند.

$$\mathbb{Z}_n^2, \mathbb{Z}_n^3, \mathbb{Z}_m^4, \mathbb{Z}_m^2 \times \mathbb{Z}_n^4, \mathbb{Z}_m^2 \times \mathbb{Z}_n^3, \quad n \geq 1, m \geq 1.$$

در این پایان نامه گراف همینگ، گراف سودوکو، گراف سودوکوی مکانی و گراف مربع لاتین سراسر قطری را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم این گراف‌ها، گراف‌های کیلی صحیح هستند. مرجع زیر یکی از منابع اصلی این پایان نامه است.

Klotz, W., Sander, T. *Integral Cayley graphs over abelian groups. Electronic J. Combinatorics* 17

(2010) R81, 1-13.

رده‌بندی موضوعی: 05C25، 05C50

کلمات کلیدی: گراف کیلی، گراف صحیح، گروه صحیح کیلی، گراف همینگ، گراف سودوکو، گراف سودوکوی مکانی و گراف مربع لاتین سراسر قطری