



دانشگاه پیام نور  
دانشکده علوم پایه  
استان چهارمحال بختیاری  
مرکز شهرکرد

پایان نامه برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد  
رشته ریاضی محض (جبر)  
گروه ریاضی

تحت عنوان : درباره‌ی گراف‌های کیلی یکانی حلقه‌های متناهی

پژوهشگر: زهرا نصوحی

استاد راهنما: دکتر بیژن طائری

استاد مشاور: دکتر محمدجواد عطایی

شهریور ۱۳۹۱

## چکیده:

گراف کیلی یکانی  $X_n = \text{Cay}(\mathbb{Z}_n, \mathbb{Z}_n^*)$  یک گراف با مجموعه رأس  $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$  است و رأس‌های  $a$  و  $b$  مجاورند اگر و تنها اگر  $\gcd(a-b, n) = 1$ . در این پایان‌نامه عدد رنگی، عدد خوشه، عدد استقلال، قطر و همبندی رأسی  $X_n$  را بررسی و درباره‌ی تامیت  $X_n$  بحث می‌کنیم. نشان می‌دهیم که همه‌ی مقادیر ویژه‌ی غیر صفر  $X_n$ ، اعداد صحیح مقسوم علیه تابع فی اویلر  $\varphi(n)$  هستند. گراف‌های کیلی یکانی را به سادگی می‌توان تعمیم داد.

فرض کنید  $R$  یک حلقه‌ی متناهی، تعویض‌پذیر، یک‌دار ( $0 \neq 1$ ) باشد. در این صورت گراف  $G_R = \text{Cay}(R, R^*)$  یک گراف با مجموعه رأس  $R$  است و یک یال بین  $x$  و  $y$  وجود دارد هرگاه  $x - y \in R^*$ ، که در آن  $R^*$  گروه یکه‌های حلقه‌ی  $R$  است. در این پایان‌نامه گراف‌های کیلی یکانی حلقه‌های متناهی را مطالعه می‌کنیم، مقادیر ویژه، همبندی رأسی و همبندی یالی، عدد رنگی رأسی و عدد رنگی یالی آنرا مشخص کرده، همچنین گروه خودریختی‌های آنرا محاسبه می‌کنیم. به علاوه گراف‌های مسطح و گراف‌های تام در این رده را دسته‌بندی می‌کنیم. مقالات زیر از منابع اصلی این پایان‌نامه هستند.

- Akhtar. R, Boggess. M, Jackson-Henderson. T, Jimenez. I, Karpman. R, Kinzel. A, Pirtikin. D, (2009). **On the unitary Cayley graphs of finite rings.** Electronic Journal of Combinatorics 16.
- Klotz. W, Sander. T, (2007). **Some properties of unitary Cayley graphs.** Electronic Journal of Combinatorics, Research Paper 45., 14:1.

رده‌بندی موضوعی: 05C50، 05C30، 05C25

**کلمات کلیدی:** گراف‌های کیلی یکانی حلقه‌های متناهی، مقدار ویژه، همبندی، عدد رنگی، گروه خودریختی، گراف‌های مسطح و گراف‌های تام

# فهرست مطالب

(ب)	فهرست مطالب
۱	۱ مقدمات
۱	۱.۱ پیش‌گفتار
۲	۲.۱ تعاریف و مفاهیم پیش‌نیاز از جبر
۱۷	۳.۱ مباحثی از جبر خطی
۲۲	۴.۱ مفاهیم و تعاریف ابتدایی گراف
۳۱	۵.۱ مقدار ویژه و طیف برخی گراف‌ها
۳۸	۲ گراف کیلی یکانی و نتایج مقدماتی
۳۸	۱.۲ معرفی گراف کیلی یکانی و مثال‌ها
۴۳	۲.۲ برخی قضایا و نکات کلیدی
۵۰	۳ برخی ویژگی‌های گراف‌های کیلی یکانی
۵۰	۱.۳ قطر و کمر
۵۴	۲.۳ خودریختی‌ها
۵۹	۳.۳ همبندی
۶۲	۴.۳ عدد خوشه، عدد رنگی، عدد استقلال
۶۶	۵.۳ عدد رنگی یالی
۶۸	۶.۳ تسطیح‌پذیری
۶۹	۷.۳ تامیت
۷۴	۸.۳ مقادیر ویژه
۸۱	واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی
۸۶	واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

۹۱

فهرست اسامی خاص

۹۳

نمایه

۹۵

فهرست نمادها

۹۷

منابع

۹۷

منابع