



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

ساختار گروه‌های متناهی با رتبه مزدوجی ۲

پایان‌نامه کارشناسی ارشد (ریاضی محض)

محمد امین مرشدلو

استاد راهنما

دکتر بیژن طائری

فهرست مطالب

۱	فصل اول مقدمه
۱	۱-۱ تاریخچه
۲	۲-۱ تعاریف و قضایای مقدماتی
۷	۳-۱ عمل‌های گروهی بر مجموعه‌ها
۱۳	۴-۱ p -زیرگروه‌های سیلو و قضایای سیلو و کوشی
۱۷	۵-۱ سری‌ها
۲۱	۶-۱ حاصل ضرب‌های مستقیم، نیم‌مستقیم و حلقوی
۳۳	فصل دوم گروه‌های حل‌پذیر و پوچ‌توان
۳۳	۱-۲ سری مرکزی، سری آبلی و سری مشتق
۴۵	۲-۲ سری‌های مرکزی بالایی و پایینی یک گروه
۴۸	۳-۲ زیرگروه‌های فیتینگ و فراتینی
۵۷	فصل سوم رده‌های مزدوجی و رتبه‌ی مزدوجی
۵۷	۱-۳ رده‌ی مزدوجی
۵۸	۲-۳ اندازه‌ی رده‌ی مزدوجی
۵۹	۳-۳ رده‌های مزدوجی گروه دووجهی
۶۰	۴-۳ رده‌های مزدوجی S_n
۶۲	۵-۳ رده‌های مزدوجی A_n
۶۹	۶-۳ گروه‌های فروبنیوس
۷۳	فصل چهارم گروه‌های با رتبه‌ی مزدوجی ۲

۷۳	مقدمه	۱-۴
۸۱	قضیه‌ی ایتو و F -گروه‌ها	۲-۴
۸۶	رده‌های مزدوجی مشمول در $F(G)$	۳-۴
۹۳	گروه‌های با رتبه مزدوجی ۲ و اندازه‌ی رده‌های مزدوجی	۴-۴
۹۶	قضیه‌ی ساختاری و طول مشتق گروه‌های با رتبه مزدوجی ۲	۵-۴

۱۰۳ واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۱۰۹ واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

۱۱۵ مراجع

۱۱۷ فهرست اسامی

چکیده:

در این پایان نامه ساختار گروه‌های متناهی که دارای ۳ اندازه رده‌ی مزدوجی هستند، را بررسی می‌کنیم. به ویژه ملاحظه می‌کنیم که این گروه‌ها، حل‌پذیر با طول مشتق حداکثر ۳ هستند یا گروه‌های پوچ‌توان‌اند. رتبه‌ی مزدوجی یک گروه تعداد اندازه‌های متمایز رده‌های مزدوجی غیرمرکزی آن گروه است. اگر G یک گروه دلخواه و A یک گروه آبلی باشد آن‌گاه رتبه‌ی مزدوجی G و $G \times A$ برابر است. همچنین اگر رتبه‌ی مزدوجی G برابر ۱ باشد، در این صورت G پوچ‌توان بوده و به صورت حاصل ضرب مستقیم یک گروه آبلی و یک گروه از مرتبه توان اول تجزیه می‌شود. یک کران بالا برای مجموعه‌ی شامل رده‌ی پوچ‌توانی این گروه‌ها وجود دارد، که از این جا نتیجه می‌شود، مجموعه‌ی شامل طول مشتق چنین گروه‌هایی کران دار است. در مورد گروه‌هایی با رتبه‌ی مزدوجی ۲ خواهیم دید که این گروه‌ها حل‌پذیرند. سپس رده‌ی F -گروه‌ها که شامل گروه‌هایی است که مرکزسازهای عناصر غیرمرکزی آن‌ها دو بدو با توجه به رابطه‌ی شمولیت غیرقابل مقایسه هستند، معرفی می‌کنیم. آنگاه ملاحظه می‌کنیم که هر گروه با رتبه‌ی مزدوجی ۲ یا یک F -گروه است یا حاصل ضرب مستقیم یک گروه آبلی و یک گروه با رتبه‌ی توان اول است. سپس ملاحظه می‌کنیم که مجموعه‌ی شامل طول مشتق گروه‌های با رتبه‌ی مزدوجی ۲ که پوچ‌توان نیستند، کراندار است. اما با ارائه‌ی یک مثال خواهیم دید که مجموعه‌ی شامل رده‌ی پوچ‌توانی گروه‌های بارتبه‌ی مزدوجی ۲ کران بالا ندارد. در واقع حاصل ضرب حلقوی $C_p \setminus C_{p^a}$ یک گروه با رتبه‌ی مزدوجی ۲ و رده‌ی پوچ‌توانی $a(p-1) + 1$ است.

کلمات کلیدی: اندازه رده‌ی مزدوجی، رتبه‌ی مزدوجی، طول مشتق.