

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

گردآوری و تدوین:

دکتر بیژن طائری

استاد دانشکده‌ی علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان



دانشگاه صنعتی اصفهان
مرکز نشر

شماره کتاب ۱۲۵

گروه علوم ۲۵

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

پدیدآورنده	: دکتر بیژن طائری
مدیر تولید	: دکتر محمدرضا کوشش
ویراستار	: دکتر ملیحه یوسف‌زاده
طراح جلد	: آیدا رضایی
ناشر	: مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان
لیتوگرافی، چاپ و صحافی	: چاپخانه دانشگاه صنعتی اصفهان
چاپ اول	: بهار ۱۳۹۲
شمارگان	: ۲۰۰۰ جلد
شابک	: ۹۷۸-۶۹۴-۸۴۷۶-۸۱-۱
قیمت	: ۱۳۰۰۰ تومان

سرشناسه	: طائری، بیژن، ۱۳۴۰-
عنوان و نام پدیدآور	: مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی/گردآوری و تدوین بیژن طائری.
مشخصات نشر	: اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: چهار ۳۷۳ ص.
شابک	: ۹۷۸-۶۹۴-۸۴۷۶-۸۱-۱
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: واژه‌نامه
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: ماتریس‌ها - راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: جبر خطی - راهنمای آموزشی (عالی)
شناسه افزوده	: دانشگاه صنعتی اصفهان، مرکز نشر
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۲ ۲ م ۲ / ط ۱۸۸ QA
رده‌بندی دیویی	: ۹۳۴۰۷۶/۵۱۲
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۱۳۶۱۱۸

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان محفوظ است.
اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان - مرکز نشر - کدپستی ۸۳۸۱۱-۸۴۱۵۶
تلفن: ۰۳۱۱-۳۹۱۲۵۰۹ (۰۳۱۱) دورنگار: ۳۹۱۲۵۵۲ (۰۳۱۱)

فهرست مطالب

دو	مقدمه
۱	فصل ۱ ماتریس‌ها و اعمال جبری روی آن‌ها
۱	۱.۱ میدان
۵	۲.۱ ماتریس
۱۷	۳.۱ دستگاه معادله‌ی خطی
۳۳	۴.۱ ماتریس‌های وارون‌پذیر
۴۵	فصل ۲ دترمینان
۴۵	۱.۲ بسط لاپلاس بر حسب ستون اول
۵۰	۲.۲ خواص دترمینان
۵۴	۳.۲ دترمینان و وارون‌پذیری
۷۱	فصل ۳ فضاهاى بردارى و خواص آن‌ها
۷۱	۱.۳ خواص مقدماتی فضاهاى بردارى
۷۴	۲.۳ زیر فضا
۸۰	۳.۳ استقلال و وابستگی خطی
۸۴	۴.۳ پایه و بعد
۹۸	۵.۳ رتبه‌ی ماتریس
۱۰۴	۶.۳ فضای خارج قسمتی
۱۰۸	۷.۳ جمع زیرفضاها
۱۲۱	فصل ۴ تبدیل‌های خطی
۱۲۱	۱.۴ خواص مقدماتی تبدیل‌های خطی

۱۳۴	رتبه و پوچی تبدیل‌های خطی	۲.۴
۱۴۳	فضای تبدیل‌های خطی	۳.۴
۱۴۹	قضایای یکریختی و کاربرد آن‌ها	۴.۴
۱۵۳	فصل ۵ بررسی خواص تبدیل خطی	
۱۵۳	چندجمله‌ای‌ها روی یک میدان	۱.۵
۱۵۵	مقادیر ویژه	۲.۵
۱۷۶	قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه	۳.۵
۱۹۹	فرم ژردان	۴.۵
۲۱۷	فصل ۶ فضاهای ضرب داخلی	
۲۱۷	ضرب داخلی	۱.۶
۲۲۴	متعامد سازی	۲.۶
۲۳۰	ماتریس‌های متعامد	۳.۶
۲۴۲	تجزیه‌ی ماتریس‌ها	۴.۶
۲۵۳	ماتریس‌های متقارن	۵.۶
۲۵۸	ایزومتري	۶.۶
۲۷۳	فصل ۷ مباحث و کاربردهایی از جبر خطی	
۲۷۳	کاربرد در رابطه‌های بازگشتی خطی	۱.۷
۲۸۱	کاربرد در فرم‌های درجه‌ی دوم	۲.۷
۲۸۹	کاربرد در روش کمترین مربعات	۳.۷
۲۹۸	کاربرد در حل دستگاه معادله دیفرانسیل خطی	۴.۷
۳۰۹	ضرب تانسوری	۵.۷
۳۱۷	فرم‌های معین و نیمه معین مثبت	۶.۷
۳۳۸	نرم ماتریسی	۷.۷
۳۵۵	واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی	
۳۶۱	واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی	
۳۶۷	فهرست نمادها	
۳۶۹	نمایه	

مقدمه

جبر خطی از مهم‌ترین مباحث در ریاضی است. کاربردهای نظری و عملی بسیار زیاد، آن را به شاخه‌ای جذاب از ریاضی تبدیل کرده است. کمتر شاخه‌ای از ریاضیات را می‌توان یافت که از جبر خطی استفاده نکند. این اهمیت باعث شده درس جبر خطی درس پایه‌ای برای برخی از رشته‌های کارشناسی و تحصیلات تکمیلی علوم و مهندسی مطرح باشد. بنابراین برای چگونگی ارائه‌ی اولین درس در جبر خطی توافق نظر وجود ندارد. بسته به نوع دانشجویان در کلاس، گاهی ممکن است فقط جنبه‌های محاسباتی و گاهی جنبه‌های کاملاً نظری آن در نظر گرفته شود. به نظر من هیچ‌کدام نباید منجر به تضعیف کلی دیگری شود. علاوه بر آماده سازی دانشجو برای درک مفاهیم نظری باید جنبه‌های کاربردی و محاسباتی آن نیز مورد توجه قرار گیرد. البته برای اولین درس بهتر است برخی مفاهیم نظری ساده‌تر ارائه و از اثبات‌های نظری پیچیده و مشکل صرف نظر کرد. در این کتاب علاوه بر جنبه‌های نظری که به دقت بررسی شده‌اند برخی از جنبه‌های کاربردی و پشرفته‌تر نیز لحاظ شده‌اند.

کتاب حاضر مشتمل بر ۷ فصل است. در فصل اول مفاهیم بنیادی ماتریس‌ها، اعمال جبری روی آن‌ها و کاربرد ماتریس‌ها در حل دستگاه معادلات خطی بررسی شده است. در فصل دوم مفهوم دترمینان ماتریس و نحوه‌ی و محاسبه و کاربرد آن در حل دستگاه معادلات خطی بررسی شده است. در فصل سوم مفهوم فضای برداری و مفاهیم وابسته به آن از قبیل زیرفضا، استقلال و وابستگی خطی، پایه و بعد، حاصل جمع مستقیم زیرفضاها، و فضاها خارج قسمتی را بررسی می‌کنیم. در فصل چهارم تبدیل‌های خطی و ارتباط آن‌ها با ماتریس‌ها و مفاهیم رتبه و پوچی تبدیل‌های خطی را بررسی می‌کنیم. در فصل پنجم تاثیرات یک تبدیل خطی بر فضای برداری را بررسی می‌کنیم. چندجمله‌ای‌های می‌نیمال و سرشت‌نمای تبدیل خطی را معرفی و ارتباط بین آن‌ها را بررسی می‌کنیم. مقادیر و بردارهای ویژه تبدیل خطی را معرفی و نحوه‌ی یافتن آن‌ها را تشریح می‌کنیم. شرط لازم و کافی برای این که یک نمایش ماتریسی یک تبدیل خطی در یک پایه به صورت قطری باشد را اثبات می‌کنیم. نشان می‌دهیم یک فضای برداری به جمع مستقیم زیرفضاهای وابسته به تبدیل خطی تجزیه می‌شود، این مطلب به قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه یا قضیه‌ی تجزیه‌ی طیفی معروف است. کاربردهای قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه در نمایش ماتریسی یک تبدیل خطی به صورت قطری، مثلثی، بلوک ژردان، و ... را بررسی می‌کنیم. در فصل ششم

ضرب داخلی روی فضاهای برداری حقیقی و مختلط را بررسی می‌کنیم. نامساوی کشی-شوارتز و فرایند متعامدسازی گرام-اشمیت، قضیه‌ی تجزیه‌ی متعامد و بهترین تقریب را ثابت می‌کنیم. تبدیل‌های خطی روی فضاهای برداری که مجهز به یک ضرب داخلی هستند را بررسی می‌کنیم. ایزومتری‌ها و خواص اساسی آن‌ها را تشریح و آن‌ها را رده‌بندی می‌کنیم. ماتریس‌ها متعامد، هرمیتی، یکانی و خواص آن‌ها را تشریح می‌کنیم. نشان می‌دهیم ماتریس‌های متقارن به طور متعامد، و ماتریس‌های هرمیتی به طور یکانی قطری شدنی هستند. هم‌چنین مقادیر منفرد و تجزیه‌ی منفرد ماتریس‌ها را بررسی می‌کنیم. در نهایت در فصل هفتم کاربردها و مباحث دیگری از جبر خطی را ارائه می‌کنیم. در این فصل دنباله‌های خطی بازگشتی، فرم‌های درجه‌ی دوم، روش کمترین مربعات، دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی همگن، ضرب‌های تانسوری، فرم‌های دو خطی متقارن، متناوب و هرمیتی، فرم‌ها و ماتریس‌های معین مثبت و در نهایت نرم ماتریسی را بررسی می‌کنیم.

این کتاب برای ارائه در دو نیمسال مناسب است و هیچ پیش‌نیازی برای آن لازم نیست. دانشجوی تنها باید با مفاهیم اولیه‌ی ریاضیات از قبیل مجموعه، تابع، اعداد حقیقی و مختلط، ... آشنا باشد. برای اولین درس در جبر خطی بهتر است فصل اول تا فصل پنجم و دو بخش اول از فصل ششم را در نظر گرفت. البته برای این‌که مفاهیم مهم از قبیل قطری سازی و فرم‌های مثلثی و ژردان بررسی شوند، بهتر است فصل دوم به صورت سطحی و ارائه‌ی کلی نتایج، تنها به منظور محاسبه‌ی دترمینان ماتریس‌ها در نظر گرفته شود. هم‌چنین اثبات برخی از قضایا مثل قضیه‌ی تجزیه اولیه و قضیه‌ی فرم ژردان و مقدمات اثبات آن‌ها، در اولین درس لازم نیست. حل و یا راهنمایی برای حل تعدادی از تمرین‌ها، هم‌چنین هر مطلب دیگر در مورد کتاب در آدرس اینترنتی <http://taeri.iut.ac.ir> قرار دارد. از خوانندگان گرامی تقاضا داریم هر نکته در مورد کتاب را با اینجانب در میان بگذارند.

بیژن طائری

دانشکده علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان

b.taeri@cc.iut.ac.ir

فهرست نمادها

اولین صفحه مراجعه	مفهوم	نماد
۱	مجموعه‌ی اعداد گویا	\mathbb{Q}
۱	مجموعه‌ی اعداد حقیقی	\mathbb{R}
۱	مجموعه‌ی اعداد مختلط	\mathbb{C}
۲	میدان متناهی با عضو p	\mathbb{Z}_p
۵	ترانهادی ماتریس A	A^T
۶	مجموعه‌ی ماتریس‌های $m \times n$ با درایه‌های در میدان F	$M_{m \times n}(F)$
۶	مجموعه‌ی بردارهای سطری (یا ستونی) با مولفه‌های در میدان F	F^n
۶	مجموعه‌ی ماتریس‌های $n \times n$ با درایه‌های در میدان F	$M_n(F)$
۶	ماتریس قطری با درایه‌های قطری a_1, \dots, a_n	$\text{diag}(a_1, \dots, a_n)$
۹	ماتریس همانی	I_n
۹	دلتای کرونکر	δ_{ij}
۱۰	مزدوج ماتریس A	\bar{A}
۱۰	ماتریس الحاقی ماتریس A	A^*
۱۴	ضرب نقطه‌ای بردارهای X و Y	$X \cdot Y$
۳۱	رتبه‌ی ماتریس A	$\text{rank}(A)$
۳۳	وارون ماتریس A	A^{-1}
۴۶	دترمینان ماتریس A	$\det A$
۴۶	ماتریس الحاقی ماتریس A	$\text{adj } A$
۴۶	ماتریس همسازهی ماتریس A	$\text{cof } A$
۶۴	علامت یک جایگشت	$\varepsilon(\sigma)$
۷۳	فضای برداری چندجمله‌ای‌های با درجه‌ی حداکثر n	$F_n[x]$
۷۳	فضای برداری چندجمله‌ای‌ها با ضرایب در میدان F	$F[x]$

۷۵	زیرفضای تولید شده توسط X	$\text{span}(X)$
۸۵	مختصات بردار v نسبت به پایه‌ی A	$[v]_A$
۹۰	بعد فضای برداری V	$\dim V$
۱۰۴	انتقال زیرفضای W توسط بردار v	$v + W$
۱۰۵	فضای خارج قسمتی	$\frac{V}{W}$
۱۰۸	جمع دو زیرفضا	$U + W$
۱۰۸	اشتراک دو زیرفضا	$U \cap W$
۱۱۷	جمع مستقیم دو زیرفضا	$U \oplus W$
۱۲۲	تبدیل خطی متناظر ماتریس A	T_A
۱۲۳	ماتریس تبدیل خطی T نسبت به پایه‌های A و B	$[T]_A^B$
۱۲۳	ماتریس تبدیل خطی T نسبت به پایه‌ی A	$[T]_A$
۱۲۴	تبدیل خطی همانی روی فضای برداری V	id_V
۱۳۴	اثر ماتریس A	$\text{trace}(A)$
۱۳۴	تصویر وارون زیرفضای U تحت تبدیل خطی T	$T^{-1}(U)$
۱۳۴	تصویر زیرفضای U تحت تبدیل خطی T	$T(U)$
۱۳۵	هسته‌ی تبدیل خطی T	$\ker T$
۱۳۵	هسته‌ی تبدیل خطی T	$N(T)$
۱۳۵	هسته‌ی تبدیل خطی T	$\text{nul}(T)$
۱۳۵	فضای تصویر تبدیل خطی T	TV
۱۳۵	فضای تصویر تبدیل خطی T	$\text{Im } T$
۱۳۵	رتبه‌ی تبدیل خطی T	$\text{rank}(T)$
۱۳۷	فضاهای یکریخت	$V \cong W$
۱۴۴	فضای تبدیل‌های خطی از V به W	$\text{Hom}(V, W)$
۱۴۴	فضای تبدیل‌های خطی از V به W	$\mathcal{L}(V, W)$
۱۴۶	فضای دوگان V	V^*
۱۵۴	چندجمله‌ای $f(x)$ چندجمله‌ای $g(x)$ را عاد می‌کند	$f(x) \mid g(x)$
۱۵۵	چندجمله‌ای سرشت‌نمای ماتریس A	$\chi_A(x)$
۱۵۵	چندجمله‌ای سرشت‌نمای تبدیل خطی T	$\chi_T(x)$
۱۵۷	تحدید تبدیل خطی T به W	$T \mid_W$
۱۶۸	چندجمله‌ای می‌نیمال تبدیل خطی T	$m_T(x)$

۱۶۸	چندجمله‌ای می‌نیمال ماتریس A	$m_A(x)$
۲۱۸	ضرب داخلی بردارهای u و v	$\langle u, v \rangle$
۲۱۹	نرم بردار u	$\ u\ $
۲۲۶	زیرفضای متعامد به W	W^\perp
۲۲۷	تصویر بردار v روی W	$\text{proj}_W v$
۳۰۹	ضرب تانسوری (کرونکر) دو ماتریس	$A \otimes B$
۳۱۳	جمع تانسوری (کرونکر) دو ماتریس	$A \oplus B$
۳۳۰	ماتریس گرام بردارها $\text{Gram}(v_1, \dots, v_n)$	
۳۳۸	p -نرم یک بردار	$\ X\ _p$
۳۴۰	∞ -نرم یک بردار	$\ X\ _\infty$
۳۴۴	نرم فروبنیوس یک ماتریس	$\ A\ _F$
۳۴۵	مجموعه‌ی مقادیر ویژه‌ی یک ماتریس	$\sigma(A)$
۳۴۵	شعاع طیفی یک ماتریس	$\rho(A)$

نمایه

- استقلال خطی، ۸۰
اسکالر، ۲
اعمال سطری مقدماتی، ۱۹، ۲۲
الگوریتم تقسیم، ۳، ۱۵۴
انتقال زیرفضا، ۱۰۴
ایزومتري، ۲۶۰
با تولید متناهی، ۷۶
بردار، ۷۲
بردار ویژه، ۱۵۵
بردار یکه، ۲۲۲
بردارهای متعامد، ۲۲۲
بزرگترین مقسوم علیه مشترک، ۱۵۴
بسط فوریه، ۲۲۲
بسط لاپلاس، ۴۵، ۵۹
بلوک ژردان، ۱۹۹
به طور متعامد قطری شدنی، ۲۵۳
به طور یکانی قطری شدنی، ۲۴۲
بهترین تقریب، ۲۲۷
بُعد، ۹۰
تابع انتقال، ۲۷۷
تابع خطی، ۱۴۶
تبدیل انتقال، ۲۷۸
تبدیل خطی، ۱۲۱
تبدیل خطی خودتوان، ۱۷۸
تبدیل خطی پوچ توان، ۱۸۴
تجزیه‌ی متعامد، ۲۲۷
تجزیه‌ی مقدار منفرد، ۲۴۶
تحویل یافته‌ی سطری-پلکانی، ۲۳
ترانهاده، ۵
ترکیب خطی، ۷۵
تساوی پارسوال، ۲۲۲
تصویر، ۱۳۴
تصویر معکوس، ۱۳۴
تکرار هندسی، ۱۵۶
تکرار جبری، ۱۵۶
جایگشت، ۶۴
جمع تانسوری، ۳۱۳
جمع کرونکر، ۳۱۳
جواب عمومی، ۲۷۶
دترمینان، ۴۵
دترمینان تبدیل خطی، ۱۵۴
دترمینان ماتریس بلوکی، ۵۸
دستگاه همگن، ۱۸
دستگاه‌های هم‌ارز، ۱۹
دنباله‌ی فیبوناچی، ۲۷۷
دیسک‌های گرشگورین، ۳۴۸
رابطه‌ی بازگشتی، ۲۷۴
رابطه‌ی بازگشتی خطی همگن، ۲۷۴
رابطه‌ی هم‌ارزی، ۲۲
رتبه‌ی ستونی، ۹۹

- رتبه‌ی سطری، ۹۹
 رتبه‌ی سطری ماتریس، ۳۱
 رتبه‌ی فرم دوخطی، ۳۱۸
 رتبه‌ی ماتریس، ۱۰۱
 روش کرامر، ۶۲
 روش حذفی گاوس-ژردان، ۱۹
 زنجیر ژردان، ۲۰۰، ۲۰۵
 زیرفضا، ۷۴
 زیرفضای پایا، ۱۵۷
 زیرمیدان، ۲
 ستون، ۵
 سطرها، ۵
 سطری-پلکانی، ۲۲
 شعاع طیفی، ۳۴۵
 ضرب تانسوری، ۳۰۹
 ضرب داخلی، ۲۱۷
 ضرب نقطه‌ای، ۱۴
 ضرب کرونگر، ۳۰۹
 طور متعامد مثلثی شدنی، ۲۴۲
 طول بردار، ۲۱۹
 عملگر خطی، ۱۲۱
 فرایند متعامد سازی گرام-اشمیت، ۲۲۴
 فرم تباهیده، ۳۱۸
 فرم درجه‌ی دوم، ۲۸۱
 فرم دو خطی، ۳۱۷
 فرم متقارن، ۳۲۰
 فرم متناوب، ۳۳۲
 فرم مثلثی، ۱۸۸
 فرم معین مثبت، ۳۲۶
 فرم ناتباهیده، ۳۱۸
 فرم نیمه‌معین مثبت، ۳۲۶
 فرم هرمیتی، ۳۳۴
 فرم پادمتقارن، ۳۳۲
 فضاهای ضرب داخلی، ۲۱۷
 فضای پوچ، ۱۳۵
 فضای اقلیدسی، ۷۲، ۲۱۸
 فضای برد، ۷۴، ۱۳۵
 فضای برداری، ۷۲
 فضای تصویر، ۱۳۵
 فضای تولید شده، ۷۵
 فضای ستونی، ۷۶
 فضای سطری، ۹۸
 فضای پوچ، ۷۴
 فضای یکانی، ۷۲، ۲۱۹
 قاعده‌ی فیثاغورث، ۲۲۲
 قانون اینرسی، ۳۲۲
 قضایای یکریختی، ۱۴۹
 قضیه‌ی تجزیه‌ی اولیه، ۱۸۰
 قضیه‌ی سیلوستر، ۳۱۸، ۳۲۲
 قضیه‌ی طیفی، ۲۴۴
 قضیه‌ی محورهای اصلی، ۲۵۳
 قضیه‌ی کیلی-همیلتون، ۱۹۰
 قطر اصلی، ۶
 قطری شدنی، ۱۵۶
 ماتریس، ۵
 ماتریس افزوده، ۲۱
 ماتریس الحاقی، ۱۰، ۴۶
 ماتریس انعکاس مقدماتی، ۲۳۴
 ماتریس بالا مثلثی، ۴۸، ۷۵

- ماتریس بلوکی، ۱۲
 ماتریس بلوکی مثلثی، ۴۹
 ماتریس تبدیل خطی، ۱۲۳
 ماتریس تبدیل پایه، ۸۶
 ماتریس ضرایب، ۹۲
 ماتریس قطری بلوکی، ۱۱
 ماتریس متعامد، ۲۳۱
 ماتریس متقارن، ۷۵
 ماتریس معین مثبت، ۳۲۷
 ماتریس مقدماتی، ۳۳
 ماتریس منفرد، ۳۳
 ماتریس نرمال، ۲۴۳، ۲۴۲
 ماتریس نیمه معین مثبت، ۳۲۷
 ماتریس هاوس هولدر، ۲۳۴
 ماتریس هرمیتی، ۷۵، ۲۴۴
 ماتریس همانی، ۹
 ماتریس همسازه، ۴۶
 ماتریس وارون پذیر، ۳۳
 ماتریس پادمتقارن، ۹۷
 ماتریس پایین مثلثی، ۷۵
 ماتریس گرام، ۳۳۰
 ماتریس یکانی، ۲۳۱
 ماتریس‌های مزدوج، ۱۳۰
 ماتریس‌های مشابه، ۱۳۰
 ماتریس‌های هم‌نهشت، ۳۱۸
 مجموعه‌ی اعداد حقیقی، ۱
 مجموعه‌ی اعداد مختلط، ۱
 مجموعه‌ی اعداد گویا، ۱
 مجموعه‌ی مولد، ۷۶
 مختصات، ۸۵
- مشخصه، ۴
 معادله‌ی سیلوستر، ۳۱۵
 معادله‌ی شاخص، ۲۷۶
 معادله‌ی لیاپانوف، ۳۱۵
 مقدار ویژه، ۱۵۵
 مولفه، ۸۵
 نامساوی مثلث، ۳۴۶
 نامساوی مثلث، ۲۲۱، ۳۳۸
 نامساوی مینکوفسکی، ۳۴۰
 نامساوی هولدر، ۳۳۸
 نامساوی کشی-شوارتز، ۲۲۰
 نرم القایی، ۳۴۲
 نرم فروبنیوس، ۳۴۴
 نرم ماتریسی، ۳۴۱
 نرم بردار، ۲۱۹
 هسته، ۱۳۵
 هم‌ریختی، ۱۲۱
 هم‌ارز سطری، ۲۲
 وابسته‌ی خطی، ۸۰
 پایه، ۸۴
 پایه‌ی استاندارد، ۸۴
 پایه‌ی متعامد، ۲۲۲
 پایه‌ی متعامد یک‌ه، ۲۲۲
 پایه‌ی ژردان، ۲۰۹
 پوچی، ۱۳۵
- چندجمله‌ای تحویل ناپذیر، ۱۵۴
 چندجمله‌ای تکین، ۱۵۴
 چندجمله‌ای سرشت‌نما، ۱۵۵
 چندجمله‌ای می‌نیمال، ۱۶۸

کهاد، ۴۶

گروه آبلی، ۲

گروه میدان، ۲

گروه جابه‌جایی، ۲

یکریختی، ۱۳۷

Basic concepts of matrices and linear algebra

By:

Bijan Taeri

Professor of Mathematics

Isfahan University of Technology